



UNIVERSIDADE DE ÉVORA

# Acesso ao Ensino Superior dos Maiores de 23

## Prova Específica de Matemática

2017 - 2<sup>a</sup> Fase

Cotações

Grupo I

1.

2.

3.

4.

5.

6.1.

6.2.a.

6.2.b.

6.2.c.

Nome : \_\_\_\_\_

### Instruções :

1. Preencha correctamente o seu nome.
2. O único material permitido é o de escrita e a calculadora.
3. O teste tem a duração de 120 minutos.
4. As perguntas de escolha múltipla têm quatro respostas alternativas, das quais apenas uma está correcta. Se assinalar mais do que uma resposta a questão terá cotação zero.
5. Excepto nas perguntas de escolha múltipla, justifique convenientemente as suas respostas. Em particular, apresente na folha de teste todas as fórmulas que utilizar e todos os cálculos que efectuar.

-----

-----  
Grupo II

1.

2.

3.

4.

5.

6.1.a.

6.1.b.

6.1.c.

6.2.

7.

8.

-----

-----  
Total:

Nome : \_\_\_\_\_

**Grupo I**

1. Considere que tem quatro garrafas de água iguais e seis garrafas de diferentes sumos para arrumar numa caixa com doze compartimentos.

O número total de arrumações possíveis é:

- (a)  ${}^{12}C_4 \times {}^8A_6$                        (b)  ${}^{12}A_4 \times {}^8A_6$   
 (c)  ${}^{12}C_4 \times {}^8C_6$                        (d)  ${}^{12}A'_4 \times {}^8C_6$

2. Seja  $\Omega$  o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam  $A$  e  $B$  dois acontecimentos do espaço  $\Omega$ .

Sabe-se que:  $P(A) = \frac{1}{5}$ ,  $P(\overline{B}) = \frac{1}{3}$  e  $P(B|A) = \frac{5}{6}$ .

Qual é o valor de  $P(A \cup B)$ ?

- (a)  $\frac{1}{30}$                        (b)  $\frac{7}{10}$                        (c)  $\frac{8}{15}$                        (d)  $\frac{13}{15}$

3. Uma determinada companhia aérea efetua regularmente voos de Lisboa para Paris. Seja  $X$  a variável aleatória que representa o número de atrasos significativos (mais de 1 h) semanais no voo Lisboa-Paris. De acordo com os dados recolhidos pela companhia aérea, obteve-se a seguinte tabela de distribuição de probabilidades da variável  $X$ :

$x_i$	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$a$	$\frac{2a}{3}$	$\frac{a}{2}$	$\frac{2a}{6}$

Qual o número médio de atrasos significativos semanais no voo Lisboa-Paris?

- (a)  $\frac{20}{3}$                        (b) 1                       (c)  $\frac{16}{15}$                        (d)  $\frac{34}{15}$

4. Considere a seguinte equação de 2.º grau:

$$x^2 + kx + 4 = 0.$$

Para determinar o valor de  $k$ , joga-se um dado ao ar e o número de pintas da face do dado que fica virada para cima é atribuído a  $k$ . Deste modo, a probabilidade da equação de 2.º grau assim obtida não ter raízes reais é:

- (a) 1                       (b)  $\frac{2}{3}$                        (c)  $\frac{1}{2}$                        (d)  $\frac{1}{3}$

5. Sejam  $X$  e  $Y$  duas variáveis aleatórias que representam a temperatura do ar (em °C) registada, respetivamente, pelas estações meteorológicas A e B.

Sabe-se que  $X \sim N(15; 2)$  e  $Y \sim N(16; 2)$ . Diga qual das seguintes afirmações está correta:

- (a)  $P(X > 14) < P(Y > 15)$                        (b)  $P(X < 14) > P(Y < 15)$   
 (c)  $P(X < 14) = P(Y < 15)$                        (d)  $P(X < 14) < P(Y < 15)$

6. Numa empresa que funciona na zona industrial de Évora, sabe-se que 60% dos seus funcionários residem fora de Évora e os restantes funcionários residem em Évora.

6.1 Relativamente aos funcionários dessa empresa, sabe-se ainda que :

- o número de homens é igual ao número de mulheres ;
- 30% dos homens residem fora de Évora.

Escolhe-se, ao acaso, um funcionário dessa empresa. Qual é a probabilidade de o funcionário escolhido ser mulher, sabendo que reside em Évora?

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

6.2 Considere, agora, que se escolhem, ao acaso, quinze funcionários dessa empresa. **Justificando convenientemente**, determine :

(a) A probabilidade de, no máximo, doze desses funcionários residirem em Évora.

(b) A média e o desvio padrão do número de funcionários da empresa que residem em Évora.

(c) O número de funcionários dessa empresa necessário para garantir que a probabilidade de, no mínimo, um funcionário da empresa residir em Évora seja superior a 98%.

Nome : \_\_\_\_\_

**Grupo II**

1. Seja  $f : ]0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  a função definida por  $f(x) = \log_2 x$ . Seja  $(u_n)$  a sucessão definida por  $u_n = f(2\sqrt{n})$ . Indique qual das expressões seguintes define o termo geral de  $(u_n)$ :

(a)  $\frac{2 + \log_2 n}{2}$

(b)  $4n$

(c)  $\frac{1 + \log_2 n}{2}$

(d)  $2 \log_2 \sqrt{n}$

2. O conjunto solução da inequação

$$e^{\frac{x^2 - 5x}{x^2 + 1}} > 1$$

é:

(a)  $] -\infty, 0[ \cup ] 5, +\infty[$        (b)  $] 0, 5[$

(c)  $\{0\}$        (d)  $\{5\}$

3. Seja  $(x_n)$  a sucessão de termo geral  $x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$  e seja  $(y_n)$  a sucessão de termo geral  $y_n = 1 + \ln(x_n)$ . Qual o valor de  $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n$ ?

(a) 3

(b)  $1 + e$

(c)  $2 + e$

(d) 2

4. Para um certo valor real de  $a$ , é contínua em  $\mathbb{R}$  a função  $f$  definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{se } x < a \\ x^2 - x + 3 & \text{se } x \geq a. \end{cases}$$

Qual é o valor de  $a$ ?

(a) 2

(b) -2

(c) 3

(d) -3

5. Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função contínua no intervalo  $[-1, 4]$ . Sabe-se que  $f(-1) = 3$  e  $f(4) = 9$ . Em qual das opções seguintes está definida uma função  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  para a qual o Teorema de Bolzano garante a existência de um zero no intervalo  $] -1, 4[$ ?

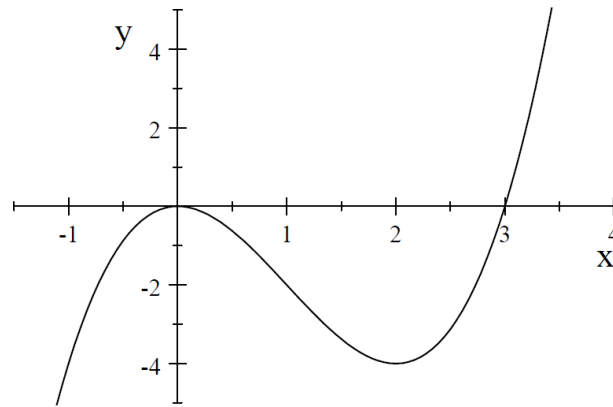
(a)  $g(x) = f(x) + 2x$

(b)  $g(x) = -f(x) + 2x$

(c)  $g(x) = f(x) + x^2$

(d)  $g(x) = -f(x) + x^2$

6. Considere a figura seguinte onde está representado o gráfico da derivada de uma certa função  $f$ , isto é, o gráfico de  $f'$ .



Sabe-se que:

- $f' : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ;
- $f'(0) = f'(3) = 0$ ;
- $f'(0) = 0$  é máximo relativo de  $f'$ ;
- $f'(2) = -4$  é mínimo relativo de  $f'$ .

6.1. Indique, **justificando convenientemente as suas respostas** :

(a) o domínio da função  $f$ ;

(b) os intervalos de monotonia e os extremos relativos, caso existam, da função  $f$ ;

(c) o sentido das concavidades e os pontos de inflexão, caso existam, do gráfico de  $f$ .

6.2. Existem assíntotas verticais do gráfico de  $f$ ? Justifique.

7. Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função derivável em todos os pontos de  $\mathbb{R}$  e verificando:

- $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ ;
- $f(1) = f'(1) = e$ .

Seja  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  a função definida por  $h(x) = \frac{\ln[f(x)]}{f(x)}$ . Calcule  $h'(1)$ .

8. Dada uma função  $g : ]0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$ , sabe-se que:

- $g$  não tem zeros;
- a recta de equação  $y = x - 2$  é assíntota do gráfico de  $g$ .

Seja  $h : ]0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  a função definida por  $h(x) = \frac{x^2}{g(x)}$ . Prove que a recta de equação  $y = x + 2$  é assíntota do gráfico de  $h$ .